

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
филиал ФГБОУ ВПО «МГИУ» в г. Сергеевом Посаде  
Кафедра прикладной математики и информатики

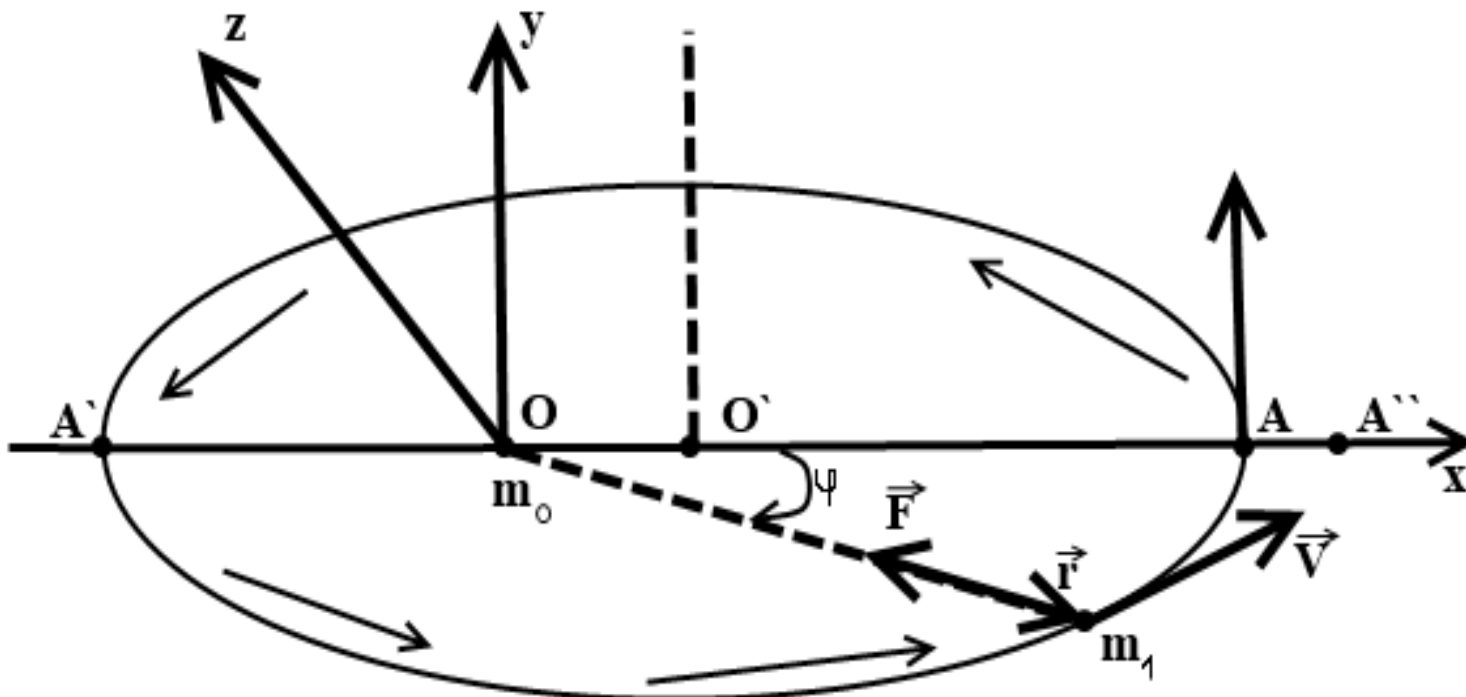
## **Работа**

на тему: «Математическое моделирование движения системы Земля-Луна в гравитационном поле Солнца при вторжении в Солнечную систему очень массивного тела малых размеров»

Студент: Носков Павел Александрович  
Группа 10711 курс 5

Руководитель: профессор, д. т. н. Евтерев Леонид Степанович

Сергиев Посад  
2015



Моделирование движения двух гравитационных тел.

$OA$  – наибольшее удаление Земли от Солнца

$O'A$  – большая полуось орбиты

$O$  – фокус эллипса

$\vec{F}$  – сила тяготения, действующая со стороны Солнца на Землю направлена по радиусу  $\vec{r}$ ,

$m_0 = 1,989 \cdot 10^{30}$  кг. – масса Солнца

$m_1 = 5,976 \cdot 10^{24}$  кг. – масса Земли

$$m_1 \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F} = -f \frac{m_1 m_0}{r^3} * \vec{r}, \quad (1)$$

$$\vec{F} = m_2 \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m_2 \frac{d^2 \vec{r}_3}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 \vec{r}_{ЛЗ}}{dt^2} == -f * m_2 m_0 * \frac{\vec{r}_3}{r_3^3} - f * m_2 m_0 * \frac{\vec{r}_{ЛЗ}}{r_{ЛЗ}^3}. \quad (2)$$

$$f = 6,67259 * 10^{-11} \frac{\text{М}^3}{\text{кг} * \text{с}^2} \quad \begin{array}{l} f * m_0 = \alpha \\ f * m_1 = \beta \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_2(0) = 0, x_3(0) = 0, x_1(0) = OA, x_4(0) = V(A). \\ x_5(0) = 0; x_6(0) = 0; x_7(0) = OA - AB * \cos(\psi); x_8(0) = 0; x_9(0) = 0; \\ x_{10}(0) = V(A) - V(B); x_{11}(0) = AB * \sin(\psi); x_{12}(0) = 0. \end{array} \quad (3)$$

$\psi$  – угол наклона плоскости Луны к эклиптике(плоскости орбиты Земли)

$$r = \frac{p}{1 - \varepsilon * \cos(\varphi)} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} OA' &= \frac{p}{1 + \varepsilon} \\ OA &= \frac{p}{1 - \varepsilon} \end{aligned} \quad (5)$$

$$p = OA' * (1 - \varepsilon^2) = 1,495989 * 10^{11} * 0,999711 = 1,495597 * 10^{11} \text{ м} \quad (6)$$

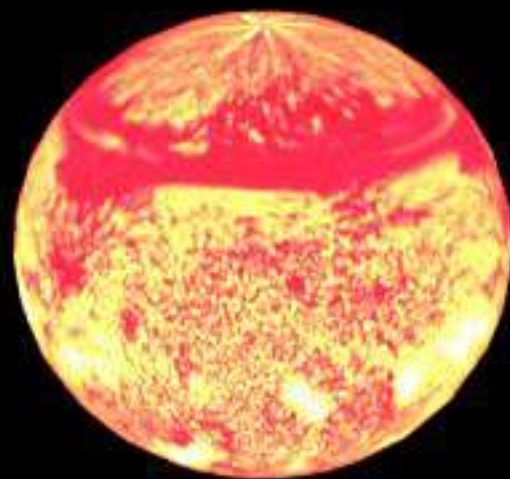
$$\begin{aligned} OA &= \frac{OA' * (1 - \varepsilon^2)}{1 - \varepsilon} = OA' * (1 + \varepsilon) = 1,4959989 * 10^{11} * 1,017 = \\ &= 1,521421 * 10^{11} \text{ м.} = x_1(0). \end{aligned} \quad (7)$$

$$x_4(0) = V(A) = \frac{c}{r_A} = \frac{c}{OA} \quad (8) \quad c = \frac{p^2 * I}{T} \quad (9)$$

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 - \varepsilon * \cos(\varphi))^2} = \frac{4}{(1 + \varepsilon)^2} * \left( (1 - a^2) * \frac{\pi}{4a^3} + \frac{\pi}{2a} \right) = \frac{4}{(1 + \varepsilon)^2} * \left( \frac{\pi}{4a^3} + \frac{\pi}{4a} \right) \quad (10)$$

$$T = 365,256 * 24 * 60 * 60 = 3,155811 * 10^7$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{dx_1}{dt} = x_2; \\
 & \frac{dx_2}{dt} = \frac{-\alpha * x_1}{(x_1^2 + x_3^2 + x_5^2)^{3/2}} + a_x^3; \\
 & \frac{dx_3}{dt} = x_4; \\
 & \frac{dx_4}{dt} = \frac{-\alpha * x_3}{(x_1^2 + x_3^2 + x_5^2)^{3/2}} + a_y^3; \\
 & \frac{dx_5}{dt} = x_6; \\
 & \frac{dx_6}{dt} = \frac{-\alpha * x_5}{(x_1^2 + x_3^2 + x_5^2)^{3/2}} + a_z^3; \\
 & \frac{dx_7}{dt} = x_8 \\
 (11) \quad & \frac{dx_8}{dt} = \frac{-\alpha * x_7}{(x_7^2 + x_9^2 + x_{11}^2)^{3/2}} - \frac{\beta * (x_7 - x_1)}{((x_7 - x_1)^2 + (x_9 - x_3)^2 + (x_{11} - x_5)^2)^{3/2}} + \\
 & \quad + \alpha_x^1; \\
 & \frac{dx_9}{dt} = x_{10}; \\
 & \frac{dx_{10}}{dt} = \frac{-\alpha * x_9}{(x_7^2 + x_9^2 + x_{11}^2)^{3/2}} - \frac{\beta * (x_9 - x_3)}{((x_7 - x_1)^2 + (x_9 - x_3)^2 + (x_{11} - x_5)^2)^{3/2}} + \\
 & \quad + \alpha_y^1; \\
 & \frac{dx_{11}}{dt} = x_{12}; \\
 & \frac{dx_{12}}{dt} = \frac{-\alpha * x_{11}}{(x_7^2 + x_9^2 + x_{11}^2)^{3/2}} - \frac{\beta * (x_{11} - x_5)}{((x_7 - x_1)^2 + (x_9 - x_3)^2 + (x_{11} - x_5)^2)^{3/2}} + \\
 & \quad + \alpha_z^1.
 \end{aligned}$$

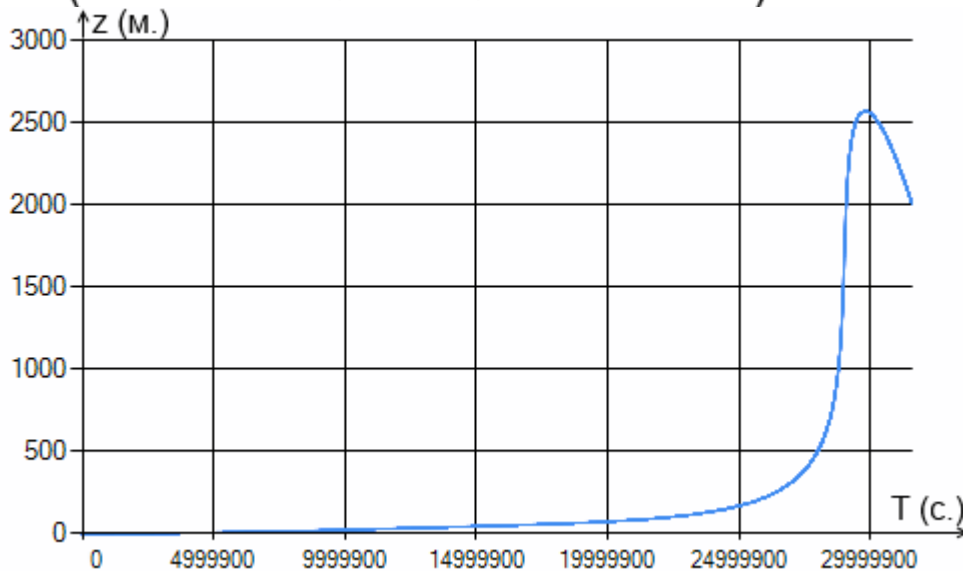


$$\vec{F}_{3*} = \frac{fm_*m_1}{|\vec{r}_{3*}|^3} * \vec{r}_{3*} \quad \vec{F}_{Л*} = \frac{fm_*m_2}{|\vec{r}_{Л*}|^3} * \vec{r}_{Л*} \quad (12) \quad fm_* = \gamma \quad (13)$$

$$a_x^3 = \frac{\gamma * (x_* - x_1)}{\left( (x_* - x_1)^2 + (y_* - x_3)^2 + (z_* - x_5)^2 \right)^{3/2}}; \quad a_x^Л = \frac{\gamma * (x_* - x_7)}{\left( (x_* - x_7)^2 + (y_* - x_9)^2 + (z_* - x_{11})^2 \right)^{3/2}};$$

$$a_y^3 = \frac{\gamma * (y_* - x_3)}{\left( (x_* - x_1)^2 + (y_* - x_3)^2 + (z_* - x_5)^2 \right)^{3/2}}; \quad a_y^Л = \frac{\gamma * (y_* - x_9)}{\left( (x_* - x_7)^2 + (y_* - x_9)^2 + (z_* - x_{11})^2 \right)^{3/2}};$$

$$a_z^3 = \frac{\gamma * (z_* - x_5)}{\left( (x_* - x_1)^2 + (y_* - x_3)^2 + (z_* - x_5)^2 \right)^{3/2}}; \quad a_z^Л = \frac{\gamma * (z_* - x_{11})}{\left( (x_* - x_7)^2 + (y_* - x_9)^2 + (z_* - x_{11})^2 \right)^{3/2}};$$



$M = 1,516 * 10^{27}$  кг.  
0.0008 часть массы Солнца

Влияние чёрной дыры на траекторию движения Земли по оси z.