О ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ РАВЕНСТВА P И NP КЛАССОВ В РАМКАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫПОЛНИМОСТИ БУДЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Романова М.А., Тисовский Д.Ю.

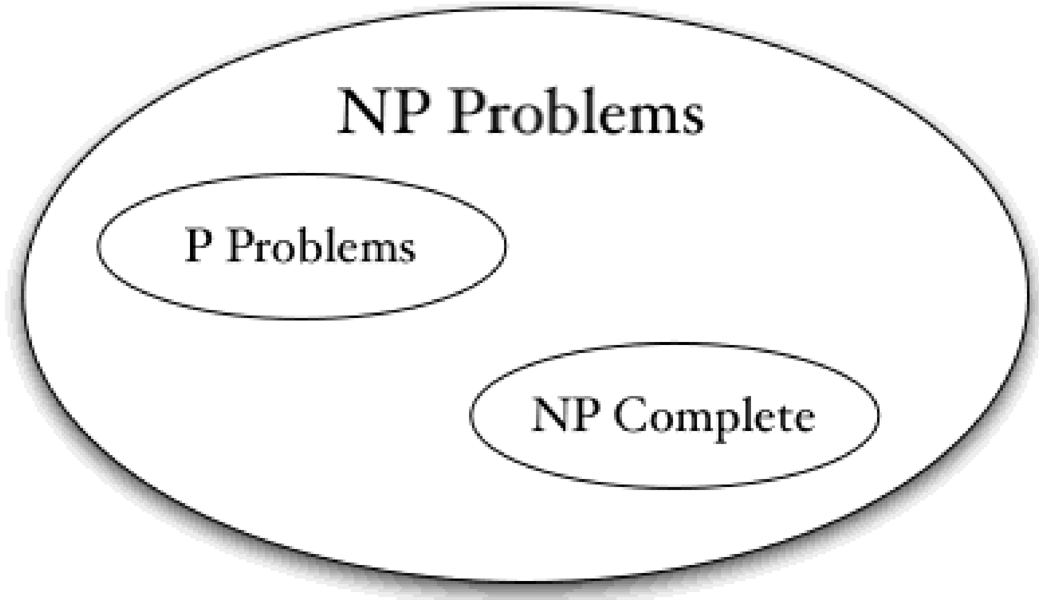
СПФ МГУ ИТРЭ (МГУПИ) (Сергиево-Посадский филиал Московского Государственного Университета Информационных технологий, Радиотехники и Электроники (бывший Московский Государственный Университет Приборостроения и Информатики)) Романова М. А., Тисовский Д. Ю. – студенты 2 курса кафедры СПФ-1 группы ИТ4-230100, научные руководители - старший преподаватель Смирнов А.М., кандидат технических наук , доцент Зайцев Е.И.

Постановка задачи

- В теории алгоритмов классом P называют множество задач, время работы которых полиномиально зависит от размера входных данных, а классом NP - множество задач, решение которых при наличии некоторых дополнительных сведений можно за время, не превосходящее полинома от размера данных проверить на недетерминированной машине Тьюринга.

- Из определения классов *P* и *NP* сразу вытекает следствие: $P \subseteq NP$ Однако, до сих пор ничего не известно о строгости этого включения, то есть, существует ли задача, лежащая в *NP*, но не лежащая в *P*.
- Задача выполнимости булевых формул: узнать по данной булевой формуле, существует ли набор входящих в неё переменных, обращающий её в 1. Сертификат — такой набор.

Данные



- Пусть A - входной алфавит некоторой формулы Ф;
- A= {K, O}, где элемент O = { v, ∧ , ¬, (,) } - множество допустимых операций; элемент K = { Q , Z} - это множество всех переменных, входящих в формулу Ф, где Q = { x_1, x_2, ... x_n }, - множество элементов без отрицания: а Z={ $\neg x_1$, $\neg x_3$, ... $\neg x_m$} - множество элементов с отрицанием: при том, |Q|+|Z|=|K|, где |Q|, |Z|, |K| - мощности множеств Q, Z, K; |Q| может быть как равна |Z|, так и не равна, m и n є N , но хотя бы n или m > 0, т.е. по крайней мере, одно множество должно быть не пустым.

Преобразуем К а К' , такое, что |Q|=|Z|, а именно, элементы множества примут вид упорядоченных двоек:

К'={ x_1, $\neg x_1$, x_2, $\neg x_2$, ... x_n, $\neg x_n$ }.

Составим матрицу М, такую, что

М= (x_1, $\neg x_1$, x_2, $\neg x_2$, ... x_n, $\neg x_n$), где x взяты из К'.

Рассчёт параметров для матрицы М

1) Горизонтальный коэффициент l = 2^(|К|) , где |К| - мощность множества К;

2) Частота появления 0 относительно первого столбца матрицы: f ' = 2^(|К| - 1), где |К| - мощность множества К;

Частота появления 0 будет изменяться следующим образом: f '=^(|К| - 1), f '' = 2^(|К| - 2) ... f ^ s = 1, где s - номер столбца

Это означает, что в последнем случае, 0 будет встречаться после каждой 1 и частота примет вид: (010101...01), в следующем случае, что 0 будет встречаться два раза, после двух единиц: (001100110011...0011) и так далее, до первого столбца.

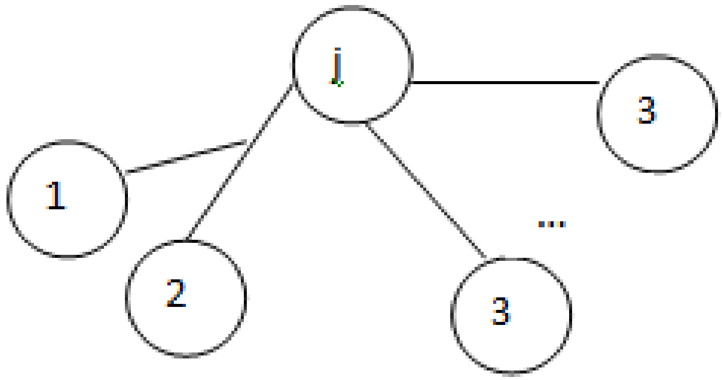
Универсальная матрица

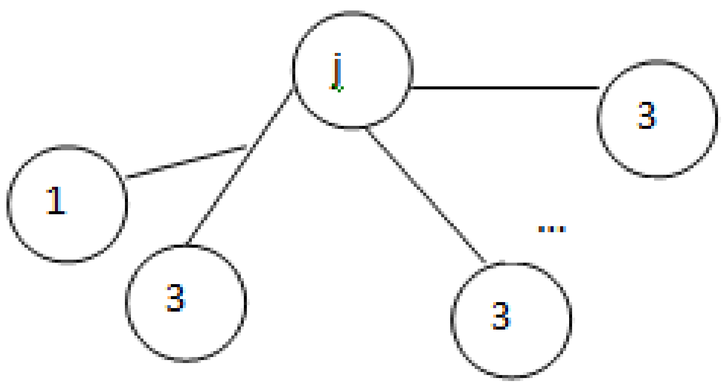
1. $C = (x_1,\ x_2, \dots, x_n, \neg x_1, \neg x_2, \dots, \neg x_n)$
2. $C = (f', f'', \dots, f \wedge s, -f', -f'', \dots, -f \wedge s)$
3. $C = (f', f'', \dots, f, -f', -f'', \dots, -f \wedge s, x_1 \vee x_2, x_1 \vee x_3, \dots, x_1 \vee x_n, x_2 \vee x_3, \dots, x_2 \vee x_n, \dots, x_{n-1} \vee x_n, \neg x_1 \vee \neg x_2, \neg x_1 \vee \neg x_3, \dots, \neg x_1 \vee \neg x_n, \neg x_2 \vee \neg x_3, \dots, \neg x_2 \vee \neg x_n, \dots, \neg x_{n-1} \vee \neg x_n, x_1 \vee \neg x_1, x_1 \vee \neg x_2, \dots, x_1 \vee \neg x_n, x_2 \vee \neg x_2, x_2 \vee \neg x_3 \dots, x_2 \vee \neg x_n, \dots, x_{n-1} \vee \neg x_n, x_1 \wedge x_2, x_1 \wedge x_3, \dots, x_1 \wedge x_n, x_2 \wedge x_3, \dots, x_2 \wedge x_n, \dots, x_{n-1} \wedge x_n, \neg x_1 \wedge \neg x_2, \neg x_1 \wedge \neg x_3, \dots, \neg x_1 \wedge \neg x_n, \neg x_2 \wedge \neg x_3, \dots, \neg x_2 \wedge \neg x_n, \dots, \neg x_{n-1} \wedge \neg x_n, x_1 \wedge \neg x_1, x_1 \wedge \neg x_2, \dots, x_1 \wedge \neg x_n, x_2 \wedge \neg x_2, x_2 \wedge \neg x_3 \dots, x_2 \wedge \neg x_n, \dots, x_{n-1} \wedge \neg x_n)$

Формула с 4 переменными и их отрицаниями (как наглядный пример)

x_1	x_2	x_3	x_4	$\neg x_1$	$\neg x_2$	$\neg x_3$	$\neg x_4$
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	0

Метод деревьев





Метод частот

- Преобразуем матрицу M= (x_1, ¬x_1, x_2, ¬x_2, ... x_n, ¬x_n) к виду M'= (x_1, x_2,... x_n,) и запишем, как множество M'=(x_1, x_2,... x_n,).
- Пусть i= 2^|M'|, – кол-во строк в фактической матрице и рассчитывается по формуле j - кол-во столбцов матрицы C, соответствующее количеству всевозможных комбинаций операций конъюнкции, которое можно выразить с помощью ряда вида:

$$\sum_{I=2}^{|K|} |K| - n$$

I - количество переменных, |K| - мощность множества K, а n - номер столбца матрицы M.

X1	X2	X3	X4	X1 v X2		X1 v X3		X1 v X4		X2 v X3		X2 v X4		X3 v X4	
0	0	0	0	0		0		0		0		0		0	f''''
0	0	0	1	0		0		1		0	f'''	1	f'''	1	
0	0	1	0	0		1		0		1		0		1	f'''
0	0	1	1	0	f''	1	f'''	1	f'''	1		1		1	
0	1	0	0	1		0		0		1		1		0	
0	1	0	1	1		0		1		1	f''	1	f''	1	
0	1	1	0	1		1		0		1		1		1	
0	1	1	1	1		1		1		1		1		1	
1	0	0	0	1		1		1		0		0		0	
1	0	0	1	1		1		1		0		1		1	
1	0	1	0	1		1		1		1		0		1	
1	0	1	1	1	f'	1	f'	1	f'	1		1		1	
1	1	0	0	1		1		1		1		1		0	
1	1	0	1	1		1		1		1		1		1	
1	1	1	0	1		1		1		1		1		1	
1	1	1	1	1		1		1		1		1		1	

X_1	X_2	…	X_{n-1}	X_n	$X_1 \vee X_2$	…	$X_1 \vee X_n$	$X_2 \vee X_3$	…	$X_2 \vee X_n$	…	$X_{n-1} \vee X_n$	$X_1 \wedge X_2$	…	$X_1 \wedge X_n$	$X_2 \wedge X_3$	…	$X_2 \wedge X_n$	…	$X_{n-1} \wedge X_n$	Φ
f'	f''		f^{n-1}	f^{n}	f''		f^{n}	f'''		f^{n}		f^{n-1}	f'		f'	f''		f''		f^{n-1}	
												f^{n}								f^{n}	
								f''		f''		f^{n-1}				f'''		f^{n}		f^{n-1}	
												f^{n}								f^{n}	
					f'		f'	f'''		f^{n}		f^{n-1}	f''		f^{n}	f''		f''		f^{n-1}	
												f^{n}								f^{n}	
								f''		f''		f^{n-1}				f'''		f^{n}		f^{n-1}	
												f^{n}								f^{n}	

(a v b) ∧ c

a	b	c	**a v b**		a v c		*b v c*		a ∧ b		*a ∧ c*		b ∧ c		Φ=(a v b) ∧ c		
0	0	0	**0**		0		*0*	*f'''*	0		*0*		0	f''	0		f'''
0	0	1	**0**	**f''**	1	f'''	*1*		0	f'	*0*	*f'*	0		0	f'' ∧ *f'''* =	
0	1	0	**1**		0		*1*	*f''*	0		*0*		0	f'''	0		f''
0	1	1	**1**		1		*1*		0		*0*		1		1		
1	0	0	**1**		1		*0*	*f'''*	0		*0*		0	f''	0		
1	0	1	**1**	**f'**	1	f'	*1*		0	f''	*1*	*f'''*	0		1	f' ∧ *f'''* =	f'''
1	1	0	**1**		1		*1*	*f''*	1		*0*		0	f'''	0		
1	1	1	**1**		1		*1*		1		*1*		1		1		

(a ∧ b) v c

a	b	c	a v b	**a v c**	**b v c**	**a ∧ b**	a ∧ c	b ∧ c	Φ=(a ∧ b) v c
0	0	0	0	*0*	*0* *f'''*	**0**	0	0 f'	0
0	0	1	0 f''	*1* *f'''*	*1*	**0** **f'**	0 f'	0	1 f'v f'''= f''
0	1	0	1	*0*	*1* *f''*	**0**	0	0 f''	0
0	1	1	1	*1*	*1*	**0**	0	1	1
1	0	0	1	*1*	*0* *f'''*	**0**	0	0 f'	0 f''
1	0	1	1 f'	*1* *f'*	*1*	**0** **f''**	1 f''	0	1 f''v f'''=
1	1	0	1	*1*	*1* *f''*	**1**	0	0 f''	1 f''
1	1	1	1	*1*	*1*	**1**	1	1	1

(a v b) ∧ (c v d)

a	b	c	d	**a v b**	a v c	a v d	b v c	b v d	**c v d**	a ∧ b	***a ∧ c***	***a ∧ d***	***b ∧ c***	***b ∧ d***	c ∧ d	Φ= (a v b) ∧ (c v d)	
0	0	0	0	**0**	0	0	0	0	**0**	0	*0*	*0*	*0*	*0*	0	0	
0	0	0	1	**0**	0	1	0	0	**1**	0	*0*	*0*	*0*	*0*	0	0	f’
0	0	1	0	**0**	1	0	1	1	**1**	0	*0*	*0*	*0*	*0*	0	0	
0	0	1	1	**0**	1	1	1	1	**1**	0	*0*	*0*	*0*	*0*	1	0	
0	1	0	0	**1**	0	0	0	0	**0**	0	*0*	*0*	*0*	*0*	0	0	
0	1	0	1	**1**	0	1	0	0	**1**	0	*0*	*0*	*0*	*1*	0	1	f’’
0	1	1	0	**1**	1	0	1	1	**1**	0	*0*	*0*	*1*	*0*	0	1	
0	1	1	1	**1**	1	1	1	1	**1**	0	*0*	*0*	*1*	*1*	1	1	
1	0	0	0	**1**	1	1	0	0	**0**	0	*0*	*0*	*0*	*0*	0	0	
1	0	0	1	**1**	1	1	0	0	**1**	0	*0*	*1*	*0*	*0*	0	1	
1	0	1	0	**1**	1	1	1	1	**1**	0	*1*	*0*	*0*	*0*	0	1	
1	0	1	1	**1**	1	1	1	1	**1**	0	*1*	*1*	*0*	*0*	1	1	$f^{c\vee d}$
1	1	0	0	**1**	1	1	0	0	**0**	1	*0*	*0*	*0*	*0*	0	0	
1	1	0	1	**1**	1	1	0	0	**1**	1	*0*	*1*	*0*	*1*	0	1	
1	1	1	0	**1**	1	1	1	1	**1**	1	*1*	*0*	*1*	*0*	0	1	
1	1	1	1	**1**	1	1	1	1	**1**	1	*1*	*1*	*1*	*1*	1	1	

(a ∧ b) v (c ∧ d)

a	b	c	d	a v b	*a v c*	*a v d*	*b v c*	*b v d*	c v d	**a ∧ b**	a ∧ c	a ∧ d	b ∧ c	b ∧ d	**c ∧ d**	Φ= (a ∧ b) v (c ∧ d)	
0	0	0	0	0	*0*	*0*	*0*	*0*	0	**0**	0	0	0	0	**0**	0	
0	0	0	1	0	*0*	*1*	*0*	*0*	1	**0**	0	0	0	0	**0**	0	
0	0	1	0	0	*1*	*0*	*1*	*1*	1	**0**	0	0	0	0	**0**	0	
0	0	1	1	0	*1*	*1*	*1*	*1*	1	**0**	0	0	0	0	**1**	1	$f^{c \wedge d}$
0	1	0	0	1	*0*	*0*	*0*	*0*	0	**0**	0	0	0	0	**0**	0	
0	1	0	1	1	*0*	*1*	*0*	*0*	1	**0**	0	0	0	1	**0**	0	
0	1	1	0	1	*1*	*0*	*1*	*1*	1	**0**	0	0	1	0	**0**	0	
0	1	1	1	1	*1*	*1*	*1*	*1*	1	**0**	0	0	1	1	**1**	1	
1	0	0	0	1	*1*	*1*	*0*	*0*	0	**0**	0	0	0	0	**0**	0	
1	0	0	1	1	*1*	*1*	*0*	*0*	1	**0**	0	1	0	0	**0**	0	f’’’
1	0	1	0	1	*1*	*1*	*1*	*1*	1	**0**	1	0	0	0	**0**	0	f’’’’
1	0	1	1	1	*1*	*1*	*1*	*1*	1	**0**	1	1	0	0	**1**	1	
1	1	0	0	1	*1*	*1*	*0*	*0*	0	**1**	0	0	0	0	**0**	1	f’’’
1	1	0	1	1	*1*	*1*	*0*	*0*	1	**1**	0	1	0	1	**0**	1	
1	1	1	0	1	*1*	*1*	*1*	*1*	1	**1**	1	0	1	0	**0**	1	f’’’’
1	1	1	1	1	*1*	*1*	*1*	*1*	1	**1**	1	1	1	1	**1**	1	

Преобразование матрицы к виду ряда и дельтафункции Дирака

- Пусть = C_{ij}, при том: $x - x_0) = \begin{cases} 1, & x = x_0 \\ 0, & x \neq x_0 \end{cases}$
- Тогда, матрицу C можно выразить с помощью интеграла: $$\int_0^{\infty} f(x)\delta(x - x_0)dx = f(x_0)$$
- или с помощью суммы: $$\sum_{i=1}^{\infty} f(x_i)\delta(x_i - x_0) = f(x_0)$$

- Можно различать одномерную и многомерные ∂-функции, по этому выразим нашу матрицу в двумерной системе, где n - строка матрицы, а m - столбец:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{ij}\, \delta(x - x_{ij}) = a_{ij}$$

Вывод:

Спасибо за внимание!