

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
филиал ФГБОУ ВПО «МГИУ» в г. Сергиевом Посаде**

**Численное моделирование
процессов теплообмена с
химическими превращениями на
примере верховых лесных
пожаров**

Студентка
Руководитель работы

Бобкова Надежда Алексеевна
к.т.н., доцент Андреева Надежда Юрьевна

Актуальность работы определяется важностью разработки и созданием достаточно простого и надежного алгоритма для численного моделирования процессов распространения верховых лесных пожаров. Разработанная математическая модель приводит к эффективным численным алгоритмам и позволяет проводить количественный и качественный анализ распространения верхового лесного пожара.

Цель данной работы - оценить, насколько имеющийся уровень знаний о природе лесных пожаров и существующие методы моделирования достаточны для практического прогнозирования поведения верхового лесного пожара, а так же разработка математической модели, численного метода решения дифференциальных уравнений и создание вычислительной программы моделирующей процесс распространения верхового лесного пожара.

Математическая модель верхового лесного пожара в двумерном виде

$$\frac{\partial \rho_5}{\partial t} + \frac{\partial \rho_5 u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_5 w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_5 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \rho_5 s c_d u \sqrt{u^2 + w^2} + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho_5 \overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho_5 \overline{u'w'}); \quad (2)$$

$$\rho_5 \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_5 s c_d w \sqrt{u^2 + w^2} - \rho_5 g + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho_5 \overline{u'w'}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho_5 \overline{w'^2}); \quad (3)$$

$$\rho_5 \left(\frac{\partial c_\alpha}{\partial t} + \frac{u \partial c_\alpha}{\partial x} + \frac{w \partial c_\alpha}{\partial z} \right) = R_{5\alpha} - c_\alpha Q + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho_5 u' c'_\alpha) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho_5 w' c'_\alpha); \quad (4)$$

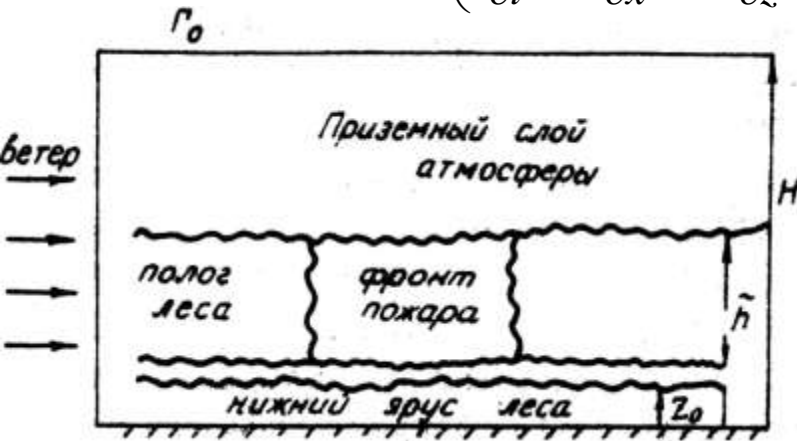


Рис. 1. Схема зон двумерного
пожара

$$\left(\sum_{i=1}^4 \rho_i \varphi_i c_{pi} + \rho_5 c_{p5} \right) \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_5 c_{p5} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) =$$

$$= q_3 R_3 - q_2 R_2 + q_5 R_5 + \chi c U_R -$$

$$- 4 \chi \sigma T^4 + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho_5 \overline{u'T'}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho_5 \overline{w'T'}); \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c}{3\chi} \frac{\partial U_R}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{c}{3\chi} \frac{\partial U_R}{\partial z} \right) - \chi c U_R + 4 \chi \sigma T^4 = 0; \quad (6)$$

$$p_\infty = \rho_5 R T \sum_{\alpha=1}^4 \frac{c_\alpha}{M_\alpha}; \quad \sum_{\alpha=1}^4 c_\alpha = 1; \quad Q = (1 - \alpha_c) R_1 + R_2 + \frac{M_c}{M_1} R_3; \quad (7)$$

$$\rho_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = -R_1; \quad \rho_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = -R_2; \quad \rho_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} = \alpha_c R_1 - \frac{M_c}{M_1} R_3; \quad \rho_4 \frac{\partial \varphi_4}{\partial t} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho_5}{\partial t} + \frac{\partial \rho_5 u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_5 w}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

$$\rho_5 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho_5 \overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho_5 \overline{u'w'}) \quad (10)$$

$$\rho_5 \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_5 g + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho_5 \overline{u'w'}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho_5 \overline{w'^2}) \quad (11)$$

$$\rho_5 \left(\frac{\partial c_\alpha}{\partial t} + \frac{u \partial c_\alpha}{\partial x} + \frac{w \partial c_\alpha}{\partial z} \right) = R_{5\alpha} + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho_5 \overline{u'c'_\alpha}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho_5 \overline{w'c'_\alpha}); \alpha = \overline{1,3} \quad (12)$$

$$\rho_5 c_{p5} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = q_5 R_5 + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho_5 c_{p5} \overline{u'T'}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho_5 c_{p5} \overline{w'T'}); \quad (13)$$

$$p_\infty = \rho_5 RT \sum_{\alpha=1}^4 \frac{c_\alpha}{M_\alpha}; \quad \sum_{\alpha=1}^4 c_\alpha = 1; \quad (14)$$

$$t = 0: \quad \begin{aligned} u &= u_H(z); & w &= 0; & T &= T_H(z); \\ c_\alpha &= c_{\alpha H}(z); & c_\alpha &= c_{\alpha H}(x, z); & \varphi_i &= \varphi_{1H}(x, z). \end{aligned} \quad (15)$$

$$x = x_{-\infty}: \quad \begin{aligned} u &= u_H(z); & w &= 0; & T &= T_H(z); \end{aligned} \quad (16)$$

$$c_\alpha = c_{\alpha H}(z); \quad U_R = \frac{4\sigma}{c} T_H^4; \quad z \ll h. \quad (17)$$

$$x = x_\infty: \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial c_\alpha}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial U_R}{\partial x} = 0. \quad (18)$$

$$z = z_\infty; \quad u = u_H(z_\infty); \quad w = 0; \quad T = T_H(z_\infty); \quad c_\alpha = c_{\alpha H}(z_\infty). \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \rho_5 w \Big|_{z=z_0} &= -z_0 \frac{\partial \rho_5^0 \varphi_5^0}{\partial t} + z_0 Q^0 - \rho_5 \overline{w' T'} \Big|_{z=z_0} = \\ &= \left(\sum_{i=1}^5 \rho_i^0 c_{pi}^0 \varphi_i^0 \right) z_0 \frac{\partial T}{\partial t} + z_0 (q_3 R_3 - q_2 R_2 + q_5 R_5 + Q_T + \chi^0 c U_R - 4 \chi^0 \sigma T^4) \Big|_{z=z_0}; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} -\rho_5 w' c'_\alpha \Big|_{z=z_0} &= z_0 \rho_5^0 \varphi_5^0 \frac{\partial c_\alpha}{\partial t} \Big|_{z=z_0} + z_0 c_\alpha Q^0 - z_0 R_{5\alpha}^0; \\ \frac{c}{3\chi} \frac{\partial U_R}{\partial z} \Big|_{z=z_0} &= z_0 (\chi^0 c U_R \Big|_{z=z_0} - 4 \chi^0 \sigma T^4 \Big|_{z=z_0}). \end{aligned} \quad (21)$$

Дискретный аналог для концентраций кислорода и углекислого газа

$$a_P c_{\alpha P} = a_E c_{\alpha E} + a_W c_{\alpha W} + a_N c_{\alpha N} + a_S c_{\alpha S} + b$$

$$b = S_C \Delta x \Delta y + a_P^0 c_{\alpha P}^0,$$

где

$$a_E = \frac{D_{\text{эф}}}{(\Delta x)^2}; \quad a_W = \frac{D_{\text{эф}}}{(\Delta x)^2} + \frac{u_* (\rho_{5P} + \rho_{5W})}{2\Delta x};$$

$$a_N = \frac{D_{\text{эф}}}{(\Delta y)^2}; \quad a_S = \frac{D_{\text{эф}}}{(\Delta y)^2} + \frac{v_* (\rho_{5P} + \rho_{5S})}{2\Delta y};$$

$$a_P^0 = \frac{\rho_5}{\Delta t}.$$

Для O_2 получим: $S_C = \frac{\rho_5 c_{1P}^0}{\Delta t} + \frac{\alpha c_{1\infty}}{\tilde{h} c_{P5}};$

$$S_P = -\rho_5 k_{03} e^{-E_3/RT} - \frac{\alpha}{\tilde{h} c_{P5}}.$$

Для CO_2 получим: $S_C = \frac{\rho_5 c_{2P}^0}{\Delta t} + \rho_5 c_1 k_{03} e^{-E_3/RT} + \frac{\alpha c_{2\infty}}{\tilde{h} c_{P5}};$

$$S_P = -\frac{\alpha}{\tilde{h} c_{P5}}.$$

Дискретный аналог для уравнения теплопроводности

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + b$$

$$b = S_C \Delta x \Delta y + a_P^0 T_P^0$$

где

$$a_E = \frac{\lambda}{(\Delta x)^2};$$

$$a_W = \frac{\lambda}{(\Delta x)^2} + \frac{c_{p5} u_* (\rho_{5P} + \rho_{5W})}{2\Delta x};$$

$$a_N = \frac{\lambda}{(\Delta y)^2};$$

$$a_S = \frac{\lambda}{(\Delta y)^2} + \frac{v_* c_{p5} (\rho_{5P} + \rho_{5S})}{2\Delta y};$$

$$a_P^0 = \frac{\rho_l c_l + \rho_5 c_{p5}}{\Delta t};$$

$$S_C = \frac{(\rho_l c_l + \rho_5 c_{p5}) T_P^0}{\Delta t} + \frac{\alpha T_\infty}{\tilde{h}} - q_3 R_5;$$

$$S_P = -\frac{\alpha}{\tilde{h}};$$

Анализ полученных результатов

Над очагом горения зарождается всплывающая струя горячих продуктов. Область приобретает «грибообразную» форму.

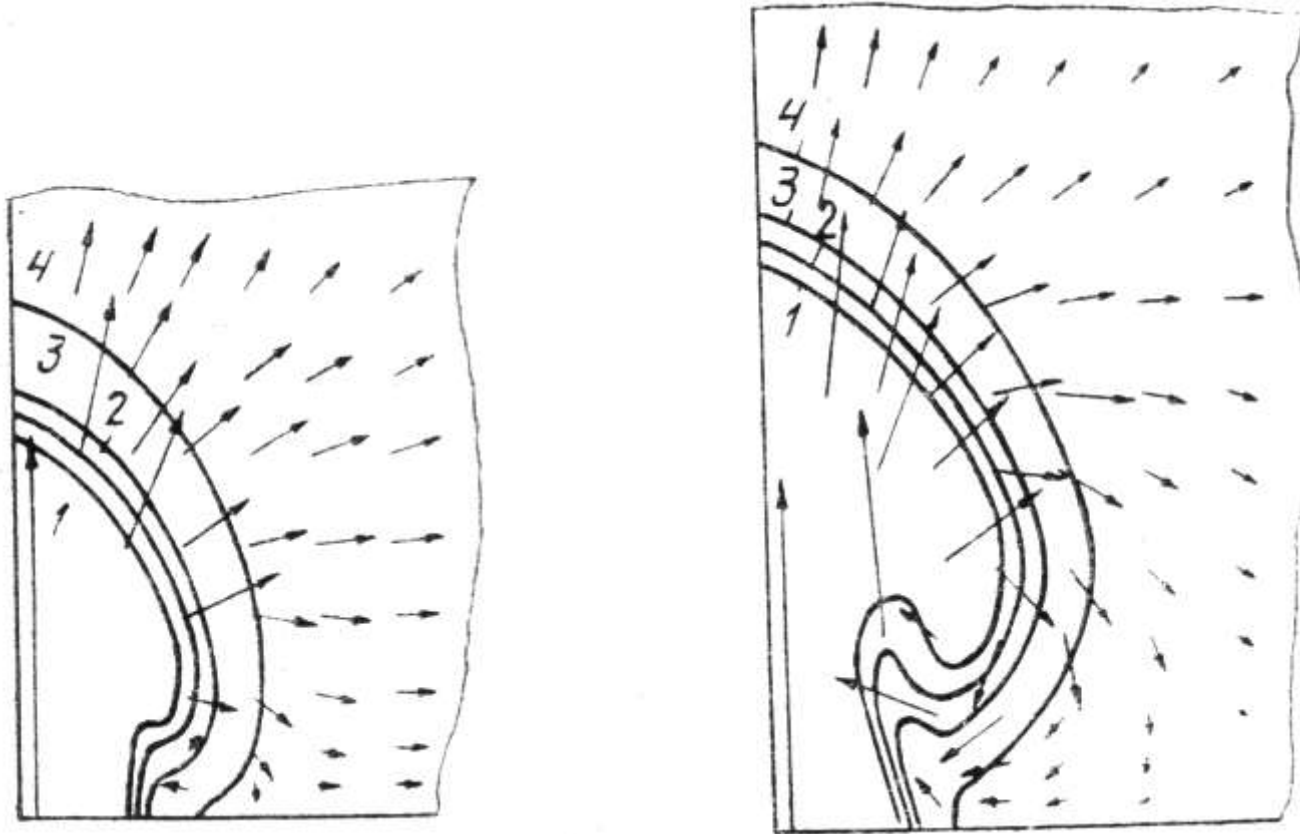


Рис. 2. Развитие очага горения. $T=4T_0$ (1); $3T_0$ (2); $2T_0$ (3); $1,1T_0$ (4)
(T_0 – начальная температура)

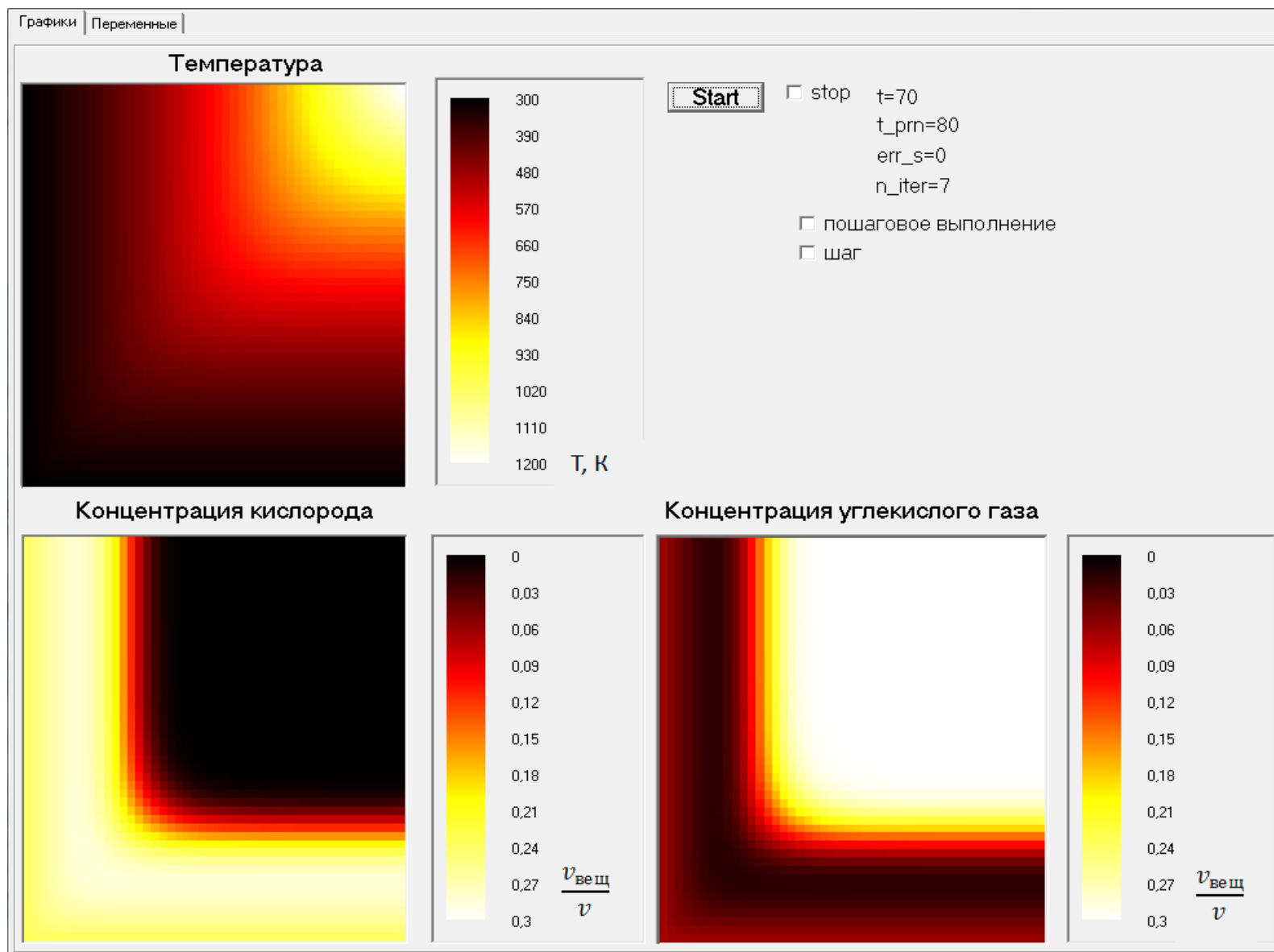


Рис. 3. Модель процесса горения древесного материала - сосна.

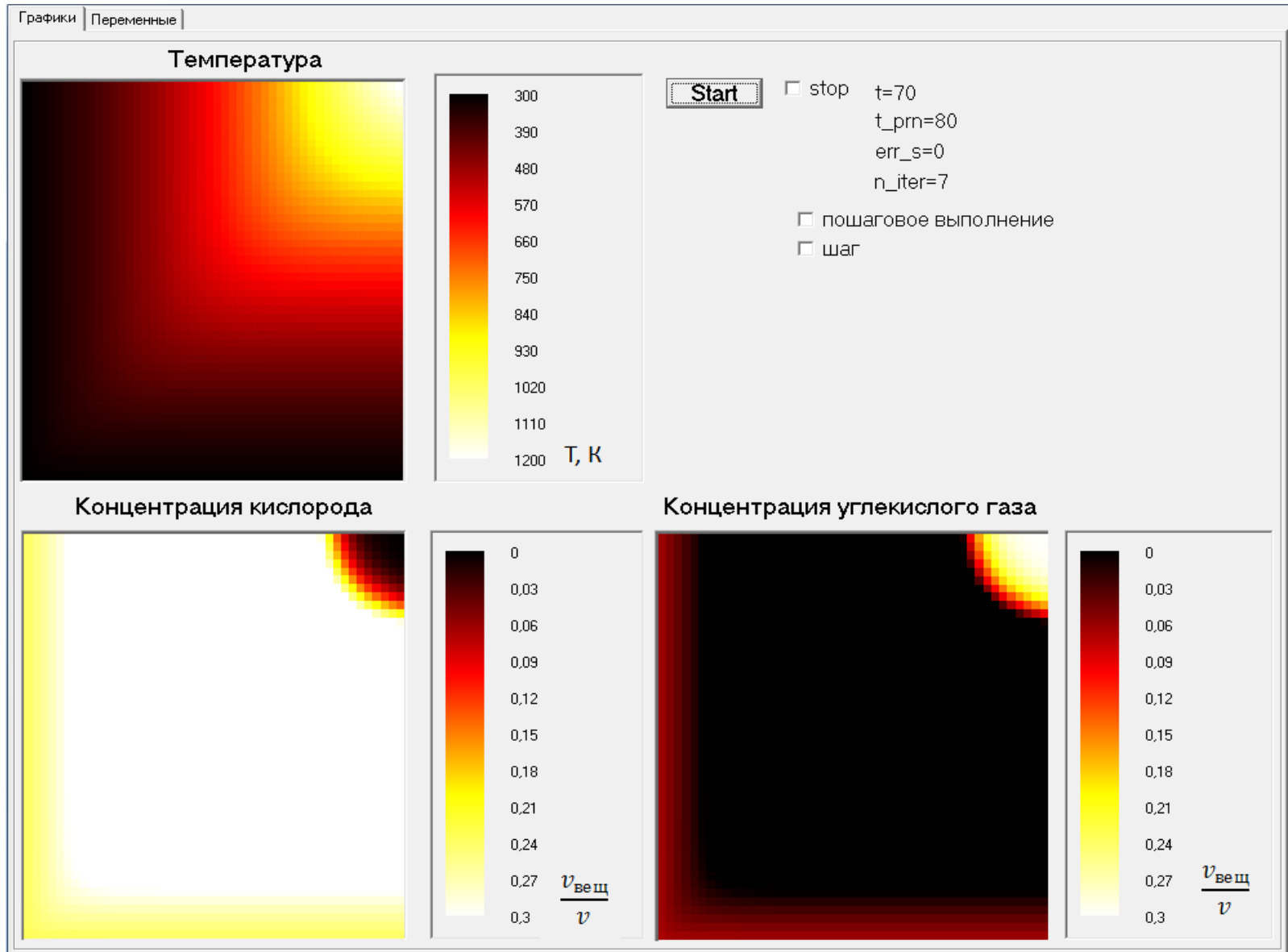


Рис. 4. Модель процесса горения древесного материала - береза.

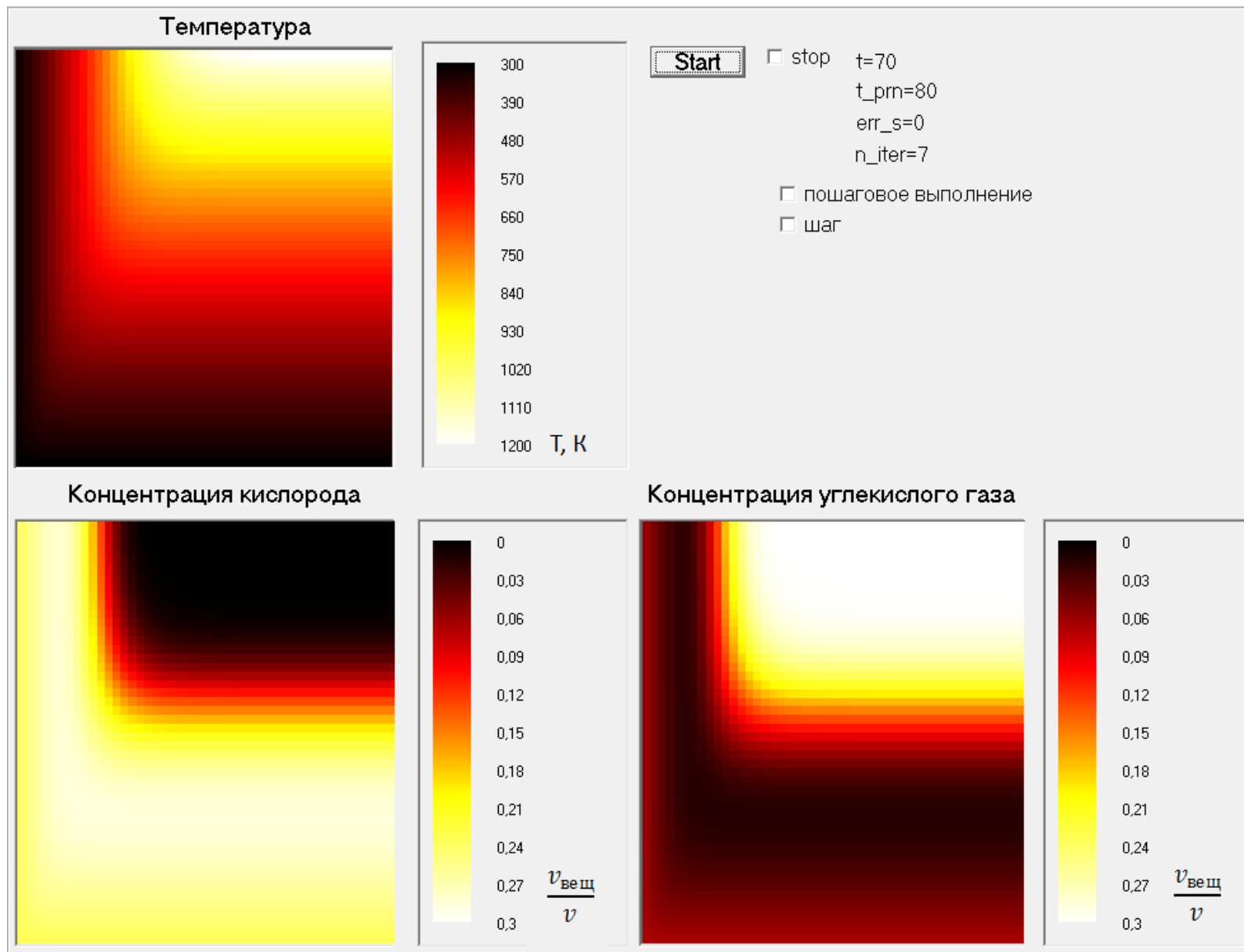


Рис. 5. Модель процесса горения древесного материала – сосна.

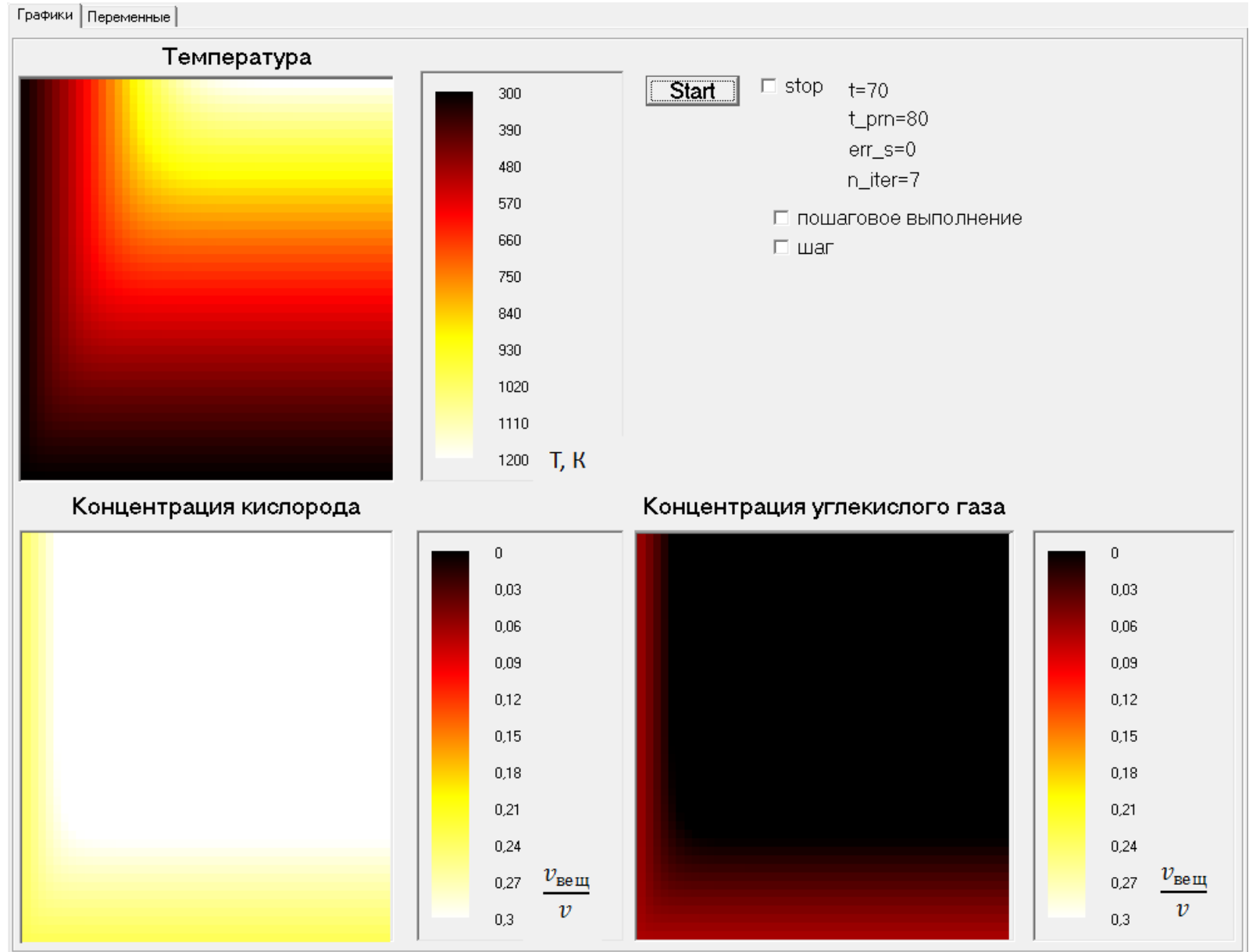


Рис.6. Модель процесса горения древесного материала – береза.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проделанной работы были получены следующие результаты:

1. Разработана математическая модель, позволяющая смоделировать теплофизику механизма горения лесных пожаров.
2. Использован эффективный численный метод для решения поставленной задачи.
3. Разработана программа, в которой пользователь может проанализировать, как изменится характер горения при различных параметрах.
4. Проведён анализ полученных результатов.